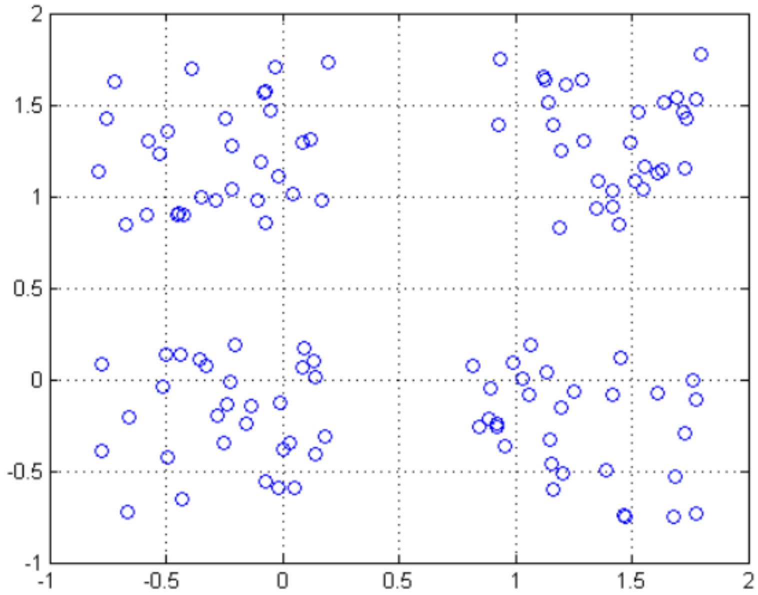
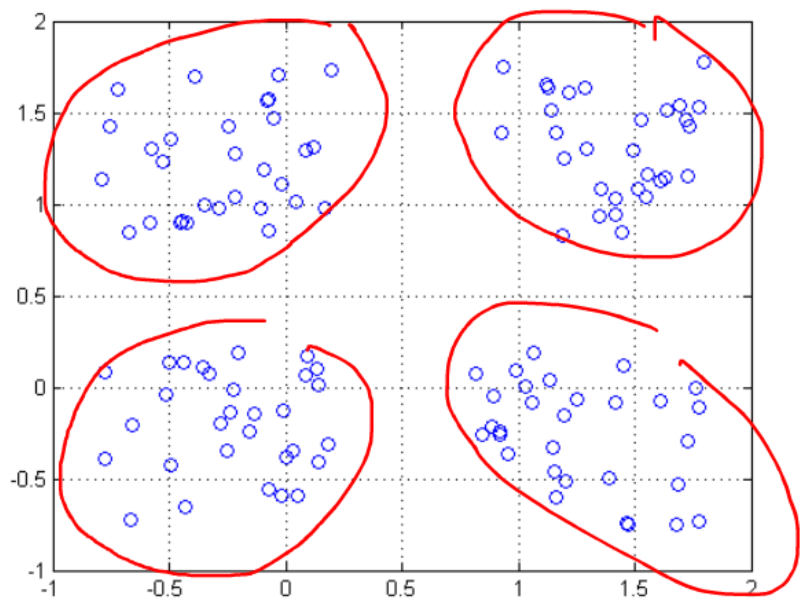
Εκπαίδευση χωρίς επόπτη



Προσδιορισμός των ομαδοποιήσεων (συγκεντρώσεων) όταν δεν είναι γνωστό το πλήθος και η ταυτότητά τους



Τεχνικές με δομή ή όχι νευρωνικού δικτύου

- *Μέθοδος maximin*
- *Μέθοδος απεικόνισης αλυσίδας*
- *Μέθοδος νευρωνικού δικτύου SOFM*

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

Στη λογική, τα μαθηματικά και τη θεωρία παιγνίων, υπονοεί την υπόθεση ότι η προτιμότερη εναλλακτική είναι αυτή της οποίας το αποτέλεσμα είναι το λιγότερο κακό για τον επιλέγοντα.
Όταν η επιτυχία παρουσιάζει σημαντικό παράγοντα απροσδιοριστίας, μια καλή στρατηγική είναι να επιλεγεί η οδός του ελάχιστου ρίσκου, ακόμη και εάν δεν αποδίδει τα μέγιστα.
Τυπικά, αυτό ονομάζεται μεγιστοποίηση του ελαχίστου κέρδους, εξού και η ορολογία maximin.

Αντίστοιχη της μεθόδου minimax όπου στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέγιστου κόστους μιας επιλογής.

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

Στη λογική, τα μαθηματικά και τη θεωρία παιγνίων, υπονοεί την υπόθεση ότι η προτιμότερη εναλλακτική είναι αυτή της οποίας το αποτέλεσμα είναι το λιγότερο κακό για τον επιλέγοντα.

Όταν η επιτυχία παρουσιάζει σημαντικό παράγοντα απροσδιοριστίας, μια καλή στρατηγική είναι να επιλεγεί η οδός του ελάχιστου ρίσκου, ακόμη και εάν δεν αποδίδει τα μέγιστα.

Τυπικά, αυτό ονομάζεται μεγιστοποίηση του ελαχίστου κέρδους, εξού και η ορολογία maximin.

Αντίστοιχη της μεθόδου minimax όπου στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέγιστου κόστους μιας επιλογής.

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

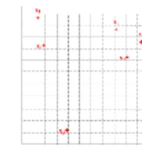
- Πρόκειται για μέθοδο προσδιορισμού του πλήθους και του περιεχομένου των συγκεντρώσεων των προτύπων
- Βασίζεται στη χρήση των αποστάσεων μεταξύ των προτύπων
- Επαναληπτική μέθοδος κατά την οποία:
  - 1. Επιλέγουμε τυχαίο πρότυπο από το σύνολο εκπαίδευσης και ορίζουμε την πρώτη κλάση
  - 2. Υπολογίζουμε τις αποστάσεις των προτύπων από το πρότυπο αναφοράς και βρίσκουμε το πρότυπο που επέχει τη μέγιστη απόσταση
  - 3. Από το τελευταίο ορίζουμε νέα κλάση
  - 4. Ταξινομούμε κάθε πρότυπο στις μέχρι τώρα κλάσεις βάσει ελάχιστης απόστασης
  - 5. Βρίσκουμε το πλέον απομακρισμένο πρότυπο και εάν η απόστασή του είναι μεγαλύτερο από προκαθορισμένο κατώφλι η διαδικασία σταματά, διαφορετικά επαναλαμβάνεται από το 3ο βήμα

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

Παράδειγμα

$$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$$



Έστω κατώφλι p=0.4
Υπολογίζουμε τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των προτύπων
[ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Εφόσον d(kl)=d(lk) και d(kk)=0 απαιτούνται K(K-1)/2 υπολογισμοί]

Αρχικοποιείται ο μετρητής t=1 και επιλέγουμε τυχαία το πρότυπο Π4 => τ1=4 και ω1={Π4}

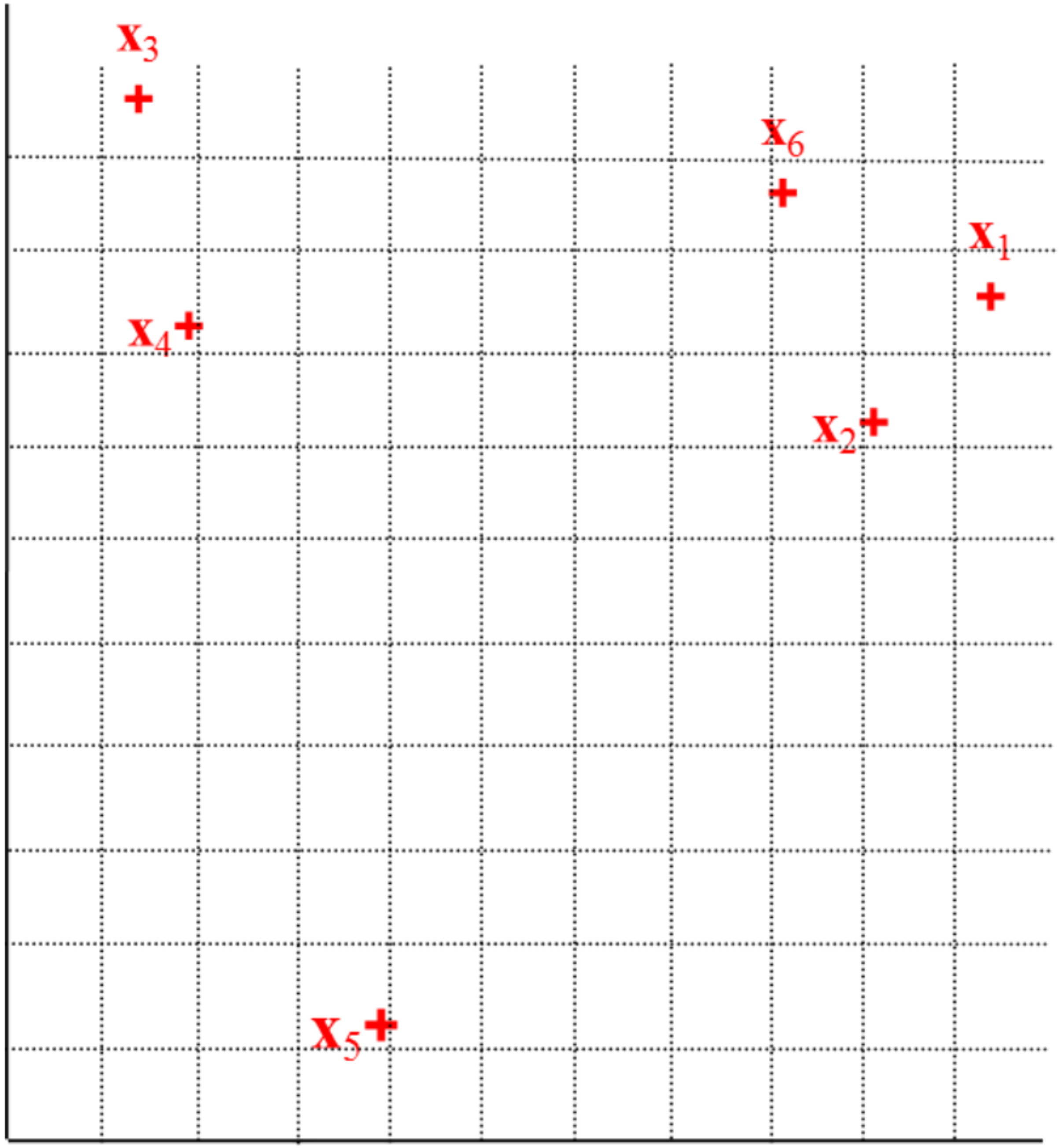
Υπολογίζουμε τις αποστάσεις όλων από το Π4:

$$D_1 = \{d_{41}, d_{42}, d_{43}, d_{44}, d_{45}, d_{46}\} = \{\sqrt{64}, \sqrt{50}, \sqrt{5}, 0, \sqrt{53}, \sqrt{37}\}$$

M1=max (D1) = √64 = 8, άρα τ2=1
Άρα t=2 και ω2={Π1}

$$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$$

$d_{12}=\sqrt{2}$ $[(10-9)^2+(8-7)^2]^{1/2}$	$d_{13}=\sqrt{85}$	$d_{14}=\sqrt{64}$	$d_{15}=\sqrt{85}$	$d_{16}=\sqrt{5}$
	$d_{23}=\sqrt{73}$	$d_{24}=\sqrt{50}$	$d_{25}=\sqrt{61}$	$d_{26}=\sqrt{5}$
		$d_{34}=\sqrt{5}$	$d_{35}=\sqrt{90}$	$d_{36}=\sqrt{50}$
			$d_{45}=\sqrt{53}$	$d_{46}=\sqrt{37}$
				$d_{56}=\sqrt{80}$



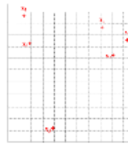
x_3
x_6
x_1
x_4
x_2
x_5

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

Παράδειγμα

$$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$$



Έστω κατώφλι p=0.4
Υπολογίζουμε τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των προτύπων
[ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Εφόσον d(kl)=d(lk) και d(kk)=0 απαιτούνται K(K-1)/2 υπολογισμοί]

$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$

$d_{12}=\sqrt{2}$ $[(10-9)^2+(8-7)^2]^{1/2}$	$d_{13}=\sqrt{85}$	$d_{14}=\sqrt{64}$	$d_{15}=\sqrt{85}$	$d_{16}=\sqrt{5}$
	$d_{23}=\sqrt{73}$	$d_{24}=\sqrt{50}$	$d_{25}=\sqrt{61}$	$d_{26}=\sqrt{5}$
		$d_{34}=\sqrt{5}$	$d_{35}=\sqrt{90}$	$d_{36}=\sqrt{50}$
			$d_{45}=\sqrt{53}$	$d_{46}=\sqrt{37}$
				$d_{56}=\sqrt{80}$

Αρχικοποιείται ο μετρητής t=1 και επιλέγουμε τυχαία το πρότυπο Π4 => τ1=4 και ω1={Π4}

Υπολογίζουμε τις αποστάσεις όλων από το Π4:

$$D_1 = \{d_{41}, d_{42}, d_{43}, d_{44}, d_{45}, d_{46}\} = \{\sqrt{64}, \sqrt{50}, \sqrt{5}, 0, \sqrt{53}, \sqrt{37}\}$$

M1=max (D1) = √64 = 8, άρα τ2=1
Άρα t=2 και ω2={Π1}

$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$

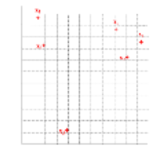
$d_{12}=\sqrt{2}$ $[(10-9)^2+(8-7)^2]^{1/2}$	$d_{13}=\sqrt{85}$	$d_{14}=\sqrt{64}$	$d_{15}=\sqrt{85}$	$d_{16}=\sqrt{5}$
	$d_{23}=\sqrt{73}$	$d_{24}=\sqrt{50}$	$d_{25}=\sqrt{61}$	$d_{26}=\sqrt{5}$
		$d_{34}=\sqrt{5}$	$d_{35}=\sqrt{90}$	$d_{36}=\sqrt{50}$
			$d_{45}=\sqrt{53}$	$d_{46}=\sqrt{37}$
				$d_{56}=\sqrt{80}$

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

Παράδειγμα

$$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$$



Έστω κατώφλι p=0.4
Υπολογίζουμε τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των προτύπων
[ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Εφόσον d(kl)=d(lk) και d(kk)=0 απαιτούνται Κ(Κ-1)/2 υπολογισμοί]

Αρχικοποιείται ο μετρητής t=1 και επιλέγουμε τυχαία το πρότυπο Π4 => τ1=4 και ω1={Π4}

Υπολογίζουμε τις αποστάσεις όλων από το Π4:

$$D_1 = \{d_{41}, d_{42}, d_{43}, d_{44}, d_{45}, d_{46}\} = \{\sqrt{64}, \sqrt{50}, \sqrt{5}, 0, \sqrt{53}, \sqrt{37}\}$$

M1=max (D1) = √64 = 8, άρα τ2=1
Άρα t=2 και ω2={Π1}

$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$

$d_{12}=\sqrt{2}$ $[(10-9)^2+(8-7)^2]^{1/2}$	$d_{13}=\sqrt{85}$	$d_{14}=\sqrt{64}$	$d_{15}=\sqrt{85}$	$d_{16}=\sqrt{5}$
	$d_{23}=\sqrt{73}$	$d_{24}=\sqrt{50}$	$d_{25}=\sqrt{61}$	$d_{26}=\sqrt{5}$
		$d_{34}=\sqrt{5}$	$d_{35}=\sqrt{90}$	$d_{36}=\sqrt{50}$
			$d_{45}=\sqrt{53}$	$d_{46}=\sqrt{37}$
				$d_{56}=\sqrt{80}$

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

Όλα τα πρότυπα ταξινομούνται στις κλάσεις ω1, ω2 με βάση το κριτήριο της ελάχιστης απόστασης από τα Π4 και Π1

	Π_2	Π_3	Π_5	Π_6
$\Pi_4 \in \omega_1$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{53}$	$\sqrt{37}$
$\Pi_1 \in \omega_2$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{85}$	$\sqrt{85}$	$\sqrt{5}$
	$\Pi_2 \in \omega_2$	$\Pi_3 \in \omega_1$	$\Pi_5 \in \omega_1$	$\Pi_6 \in \omega_2$

Άρα ω1={Π3, Π4, Π5}, ω2={Π1, Π2, Π6}

$$\begin{aligned} M_2 &= \max\left(\{d_{43}, d_{45}\} \cup \{d_{12}, d_{16}\}\right) \\ &= \max\left\{\sqrt{5}, \sqrt{53}, \sqrt{2}, \sqrt{5},\right\} \\ &= \sqrt{53} = d_{45} \Rightarrow \tau_3 = 5 \end{aligned}$$

M2/M1 = √53/√64 = 8 >p (0.4) και συνεχίζουμε από το βήμα 3

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος maximin

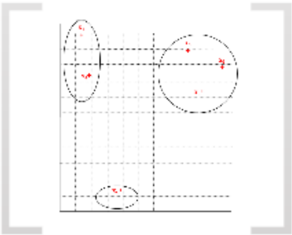
Θέτουμε t=3 και συνεπώς ω3={Π5}
και όλα τα πρότυπα ταξινομούνται στις κλάσεις ω1, ω2, ω3

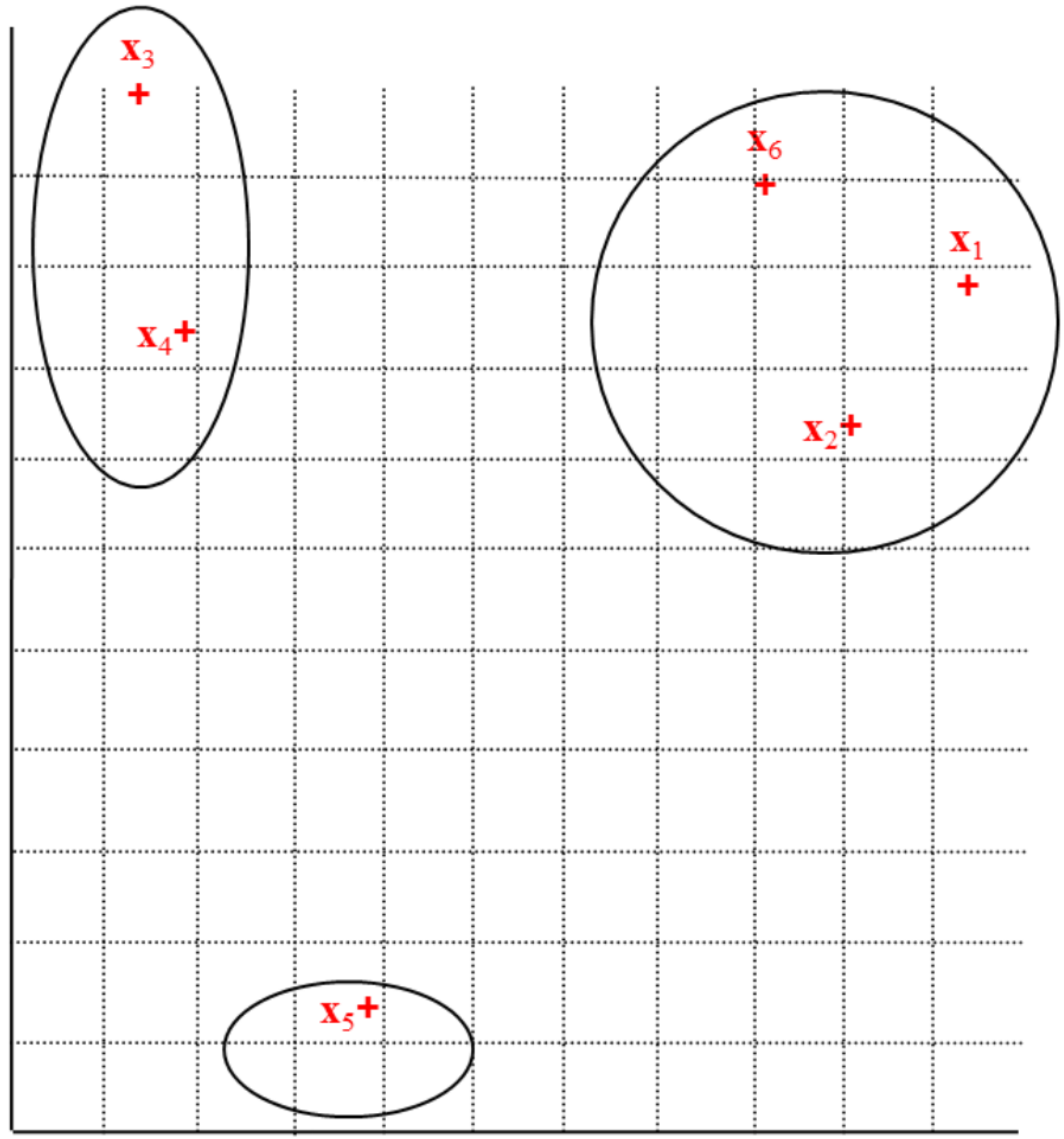
Οι κλάσεις διαμορφώνονται ως εξής:
ω1={Π3, Π4}, ω2={Π1, Π2, Π6}, ω3={Π5}

$$M_3 = \max\left(\{d_{43}\} \cup \{d_{12}, d_{16}\} \cup \varnothing\right)$$
$$= \max\left(\left\{\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{5}\right\}\right) = \sqrt{5} = d_{43} = d_{16}$$
$$\text{άρα } \tau_4 = 3 \text{ ή } 6.$$

	Π_2	Π_3	Π_6
$\Pi_4 \in \omega_1$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{37}$
$\Pi_1 \in \omega_2$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{85}$	$\sqrt{5}$
$\Pi_5 \in \omega_3$	$\sqrt{61}$	$\sqrt{90}$	$\sqrt{80}$
	$\Pi_2 \in \omega_2$	$\Pi_3 \in \omega_1$	$\Pi_6 \in \omega_2$

Τελικά M3/M2= √5/ √53 = 0.307 <p
και συνεπώς ο αλγόριθμος τερματίζεται





x3
x4
x6
x1
x2
x5

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος απεικόνισης αλυσίδας

- Μέθοδος που παρέχει την εποπτεία της κατανομής των προτύπων σε πολυδιάστατους χώρους
- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση του πλήθους και του περιεχομένου των συγκεντρώσεων τους

- Στον πυρήνα της μεθόδου είναι η δημιουργία μίας κατανομής αποστάσεων κάθε προτύπου με το γειτονικότερό του:
  - Διατρέχουμε όλα τα πρότυπα ξεκινώντας από κάποιο τυχαίο μεταβαίνοντας στο γειτονικότερό του εξαιρουμένου του προηγουμένου του
  - Θεωρούμε ένα δείκτη i που αριθμεί τις μεταβάσεις από πρότυπο σε πρότυπο αυξανόμενος κατά ένα ξεκινώντας με αρχική τιμή τη μονάδα που αντιστοιχεί στην απόσταση του αρχικού τυχαίου προτύπου με το γειτονικότερό του.
  - Δημιουργούμε την ακολουθία α(i) των αποστάσεων των προτύπων
  - Οι κορυφές της κατανομής που περιγράφει η ακολουθία α(i), διαχωρίζουν το σύνολο των προτύπων σε υποσύνολα που καθορίζουν τις συγκεντρώσεις τους

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος απεικόνισης αλυσίδας

Παράδειγμα

$$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$$

- Επιλέγουμε τυχαία το πρότυπο Π_4 και θέτουμε i=1.
  Υπολογίζουμε τις αποστάσεις των προτύπων και βρίσκουμε τη μικρότερή τους:
  $\min\{d_{41}, d_{42}, d_{43}, d_{45}, d_{46}\} = \min\{\sqrt{64}, \sqrt{50}, \sqrt{5}, \sqrt{53}, \sqrt{37}\} = \sqrt{5} = \alpha_1$
  ➔ γειτονικότερο του Π_4 είναι το πρότυπο Π_3.

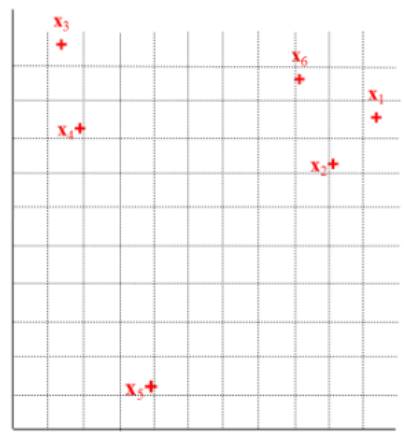
- Υπολογίζουμε τις αποστάσεις των προτύπων (πλην του Π_4) από το Π_3 και βρίσκουμε τη μικρότερή τους:
  $\min\{d_{31}, d_{32}, d_{35}, d_{36}\} = \{\sqrt{85}, \sqrt{73}, \sqrt{90}, \sqrt{50}\} = \sqrt{50} = \alpha_2$
  και μεταβαίνουμε στο Π_6.

- $\min\{d_{61}, d_{62}, d_{65}\} = \{\sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{32}\} = \sqrt{5} = \alpha_3$ και μεταβαίνουμε στο Π_2.

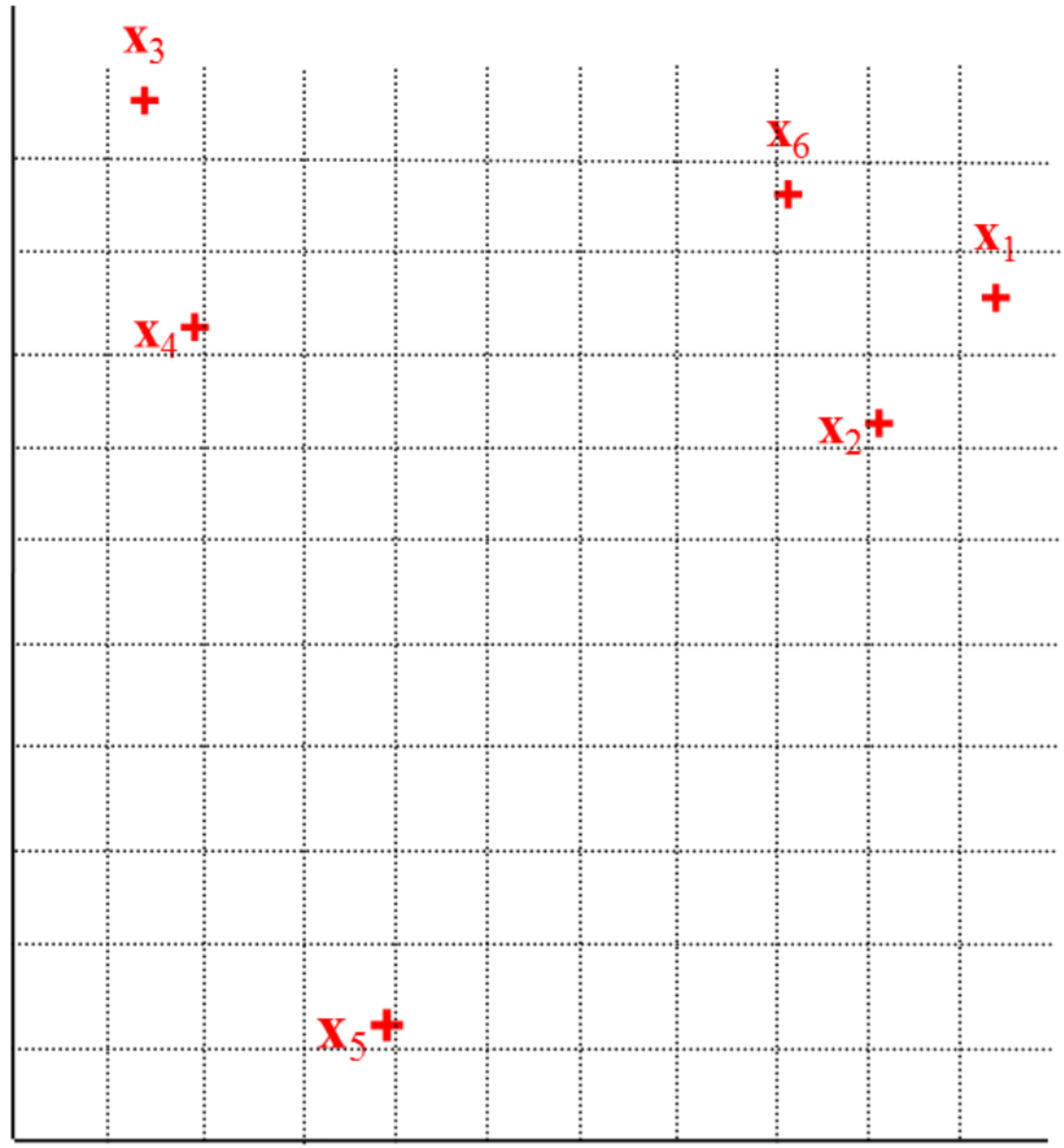
- $\min\{d_{21}, d_{25}\} = \{\sqrt{2}, \sqrt{61}\} = \sqrt{2} = \alpha_4$ και μεταβαίνουμε στο Π_1.

- $d_{15} = \sqrt{85} = \alpha_5$.

- $d_{54} = \sqrt{90} = \alpha_6$.



Οι τιμές της ακολουθίας α_i, i=1,...,6 είναι:
$\{d_{43}, d_{36}, d_{62}, d_{21}, d_{15}, d_{54}\} = \{\sqrt{5}, \sqrt{50}, \sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{85}, \sqrt{90}\}$


x3
x6
x1
x4
x2
x5

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Μέθοδος απεικόνισης αλυσίδας

Παράδειγμα

$$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$$

- Επιλέγουμε τυχαία το πρότυπο Π_4 και θέτουμε i=1.
  Υπολογίζουμε τις αποστάσεις των προτύπων και βρίσκουμε τη μικρότερή τους:
  $\min\{d_{41}, d_{42}, d_{43}, d_{45}, d_{46}\} = \min\{\sqrt{64}, \sqrt{50}, \sqrt{5}, \sqrt{53}, \sqrt{37}\} = \sqrt{5} = \alpha_1$
  ➔ γειτονικότερο του Π_4 είναι το πρότυπο Π_3.

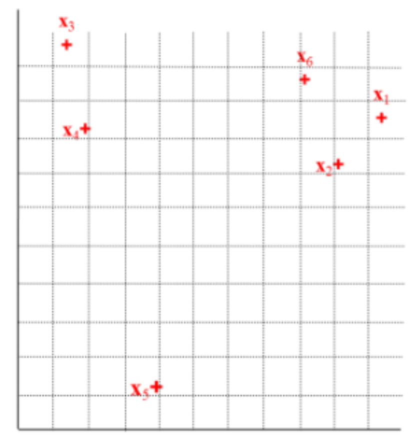
- Υπολογίζουμε τις αποστάσεις των προτύπων (πλην του Π_4) από το Π_3 και βρίσκουμε τη μικρότερή τους:
  $\min\{d_{31}, d_{32}, d_{35}, d_{36}\} = \{\sqrt{85}, \sqrt{73}, \sqrt{90}, \sqrt{50}\} = \sqrt{50} = \alpha_2$
  και μεταβαίνουμε στο Π_6.

- $\min\{d_{61}, d_{62}, d_{65}\} = \{\sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{32}\} = \sqrt{5} = \alpha_3$ και μεταβαίνουμε στο Π_2.

- $\min\{d_{21}, d_{25}\} = \{\sqrt{2}, \sqrt{61}\} = \sqrt{2} = \alpha_4$ και μεταβαίνουμε στο Π_1.

- $d_{15} = \sqrt{85} = \alpha_5$.

- $d_{54} = \sqrt{90} = \alpha_6$.

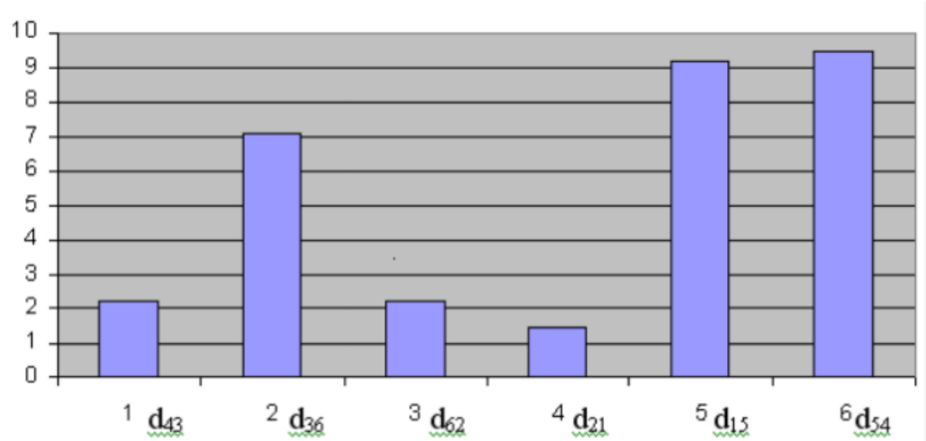


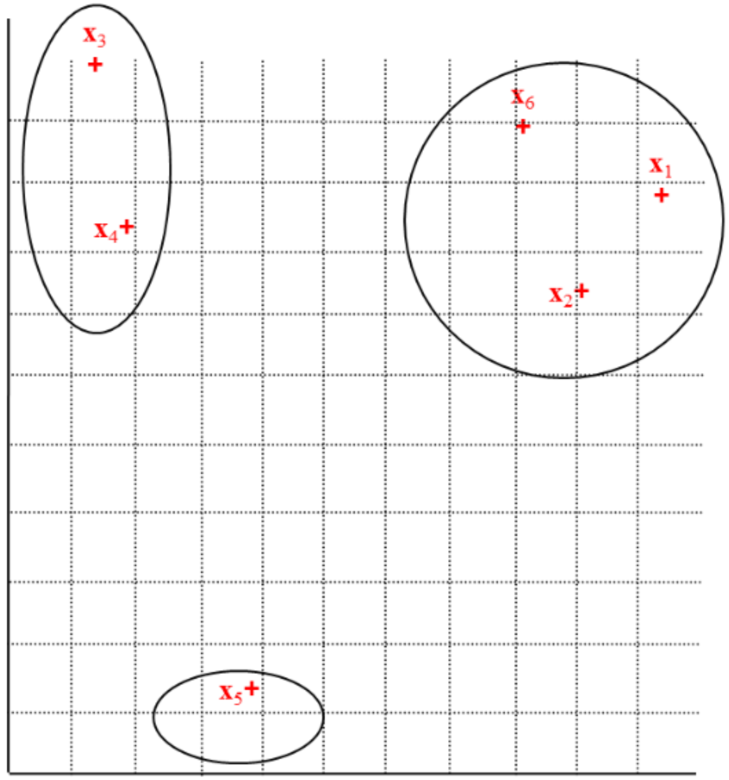
Οι τιμές της ακολουθίας α_i, i=1,...,6 είναι:
$\{d_{43}, d_{36}, d_{62}, d_{21}, d_{15}, d_{54}\} = \{\sqrt{5}, \sqrt{50}, \sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{85}, \sqrt{90}\}$

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη
Μέθοδος απεικόνισης αλυσίδας

Παράδειγμα

$$\mathbf{x}_1 = [10, 8]^T, \mathbf{x}_2 = [9, 7]^T, \mathbf{x}_3 = [1, 10]^T, \mathbf{x}_4 = [2, 8]^T, \mathbf{x}_5 = [4, 1]^T, \mathbf{x}_6 = [8, 9]^T$$





Οι υψηλές τιμές ορίζουν τις ομάδες χαμηλών τιμών α) d_{43}, β) d_{62}, d_{21}.

- Από την πρώτη συμπεραίνεται ότι $\omega_1=\{\Pi_3, \Pi_4\}$
- Από τη δεύτερη $\omega_2=\{\Pi_6, \Pi_2, \Pi_1\}$

Το απομένον $\Pi_5 \in \omega_3$

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Παράδειγμα

Έστω τα πρότυπα

$$x_1 = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}, x_4 = \begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}, x_5 = \begin{bmatrix}5\\5\end{bmatrix}, x_6 = \begin{bmatrix}6\\5\end{bmatrix}, x_7 = \begin{bmatrix}6\\4\end{bmatrix}$$

Να προσδιοριστούν οι συγκεντρώσεις με τη μέθοδο MAXMIN (ρ=0.3) και τη μέθοδο της απεικόνισης αλυσίδας λαμβάνοντας ως πρώτο πρότυπο το $x_3 = \begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$

Να γίνει χρήση των αποστάσεων Chebychev $d(x, y) = max(|xv - yv|)$

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Παράδειγμα

Υπολογίζουμε όλες τις αποστάσεις μεταξύ των προτύπων

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	Π_6	Π_7
Π_1	0	1	4	5	5	6	6
Π_2	1	0	4	5	5	5	5
Π_3	4	4	0	1	4	5	5
Π_4	5	5	1	0	5	6	6
Π_5	5	5	4	5	0	1	1
Π_6	6	5	5	6	1	0	1
Π_7	6	5	5	6	1	1	0

Ο μετρητής συγκεντρώσεων τίθεται στην τιμή t=1 και η πρώτη κλάση είναι $\omega_1 = \{\Pi_3\}$.
Εφόσον πρώτο πρότυπο είναι το Π_3, υπολογίζουμε τη μέγιστη απόσταση όλων των προτύπων από αυτό:

$$D_1 = \{d_{31}, d_{32}, d_{33}, d_{34}, d_{35}, d_{36}, d_{37}\} = \{4{,}4{,}0{,}1{,}4{,}5{,}5\}, \qquad M_1 = max\{D_1\} = 5$$

που αντιστοιχεί στα Π_6, Π_7 και επιλέγουμε τυχαία το 6.

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Παράδειγμα

*** ΣΗΜΕΙΟ ΕΝΑΡΞΗΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΩΝ ***

Ο μετρητής συγκεντρώσεων τίθεται στην τιμή t(=t+1)=2 και η νέα κλάση είναι $\omega_2 = \{\Pi_6\}$. Γίνεται ταξινόμηση των προτύπων με βάση τη μικρότερη απόσταση από τα γνωστά μέχρι στιγμής:

	Π_1	Π_2	Π_4	Π_5	Π_7
Π_3 (ω_1)	4	4	1	4	5
Π_6 (ω_2)	6	5	6	1	1
Ταξινόμηση	→ ω_1	→ ω_1	→ ω_1	→ ω_2	→ ω_2

Άρα οι κλάσεις διαμορφώνονται ως εξής: $\omega_1 = \{\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4\}$, $\omega_2 = \{\Pi_5, \Pi_6, \Pi_7\}$.

Υπολογίζουμε τη μέγιστη απόσταση μεταξύ των στοιχείων των κλάσεων:

$$M_2 = max\{d_{31}, d_{32}, d_{34}, d_{65}, d_{67}\} = max\{4,4,1,1,1\} = 4 = d_{31} \text{ ή } d_{32}$$

που αντιστοιχεί στα Π_1, Π_2 και επιλέγουμε τυχαία το 1.

Εκτιμούμε το λόγο των μεγίστων αποστάσεων:

$$M_2/M_1 = 4/5 > \rho(= 0.3)$$

και άρα ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται.

Μέθοδος MAXIMIN

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Παράδειγμα

Ο μετρητής συγκεντρώσεων τίθεται στην τιμή t=3 και η νέα κλάση είναι $\omega_3 = \{\Pi_1\}$.
Γίνεται ταξινόμηση των προτύπων με βάση τη μικρότερη απόσταση από τα γνωστά μέχρι στιγμής:

	Π2	Π4	Π5	Π7
Π1 (ω3)	1	5	5	6
Π3 (ω1)	4	1	4	5
Π6 (ω2)	5	6	1	1
Ταξινόμηση	→ω3	→ω1	→ω2	→ω2

Άρα οι κλάσεις διαμορφώνονται ως εξής:

$$\omega_1 = \{\Pi_3, \Pi_4\}, \qquad \omega_2 = \{\Pi_5, \Pi_6, \Pi_7\}, \qquad \omega_3 = \{\Pi_1, \Pi_2\}$$

Υπολογίζουμε τη μέγιστη απόσταση μεταξύ των στοιχείων των κλάσεων:

$$M_3 = max\{d_{12}, d_{34}, d_{65}, d_{67}\} = max\{1,1,1,1\} = 1 = d_{12} \text{ ή } d_{34} \text{ ή } d_{65} \text{ ή } d_{67}$$

που αντιστοιχεί στα Π_2, Π_4, Π_5, Π_7 και επιλέγουμε τυχαία το 2.

Εκτιμούμε το λόγο των μεγίστων αποστάσεων:

$$\mathrm{M}_3/\mathrm{M}_2 = 1/4 < \rho(= 0.3)$$

άρα ο αλγόριθμος τερματίζεται και οι κλάσεις είναι:

$$\omega_1 = \{\Pi_3, \Pi_4\}, \qquad \omega_2 = \{\Pi_5, \Pi_6, \Pi_7\}, \qquad \omega_3 = \{\Pi_{31}, \Pi_2\}$$

Μέθοδος MAXIMIN

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Παράδειγμα

Υπολογίζουμε όλες τις αποστάσεις μεταξύ των προτύπων

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	Π_6	Π_7
Π_1	0	1	4	5	5	6	6
Π_2	1	0	4	5	5	5	5
Π_3	4	4	0	1	4	5	5
Π_4	5	5	1	0	5	6	6
Π_5	5	5	4	5	0	1	1
Π_6	6	5	5	6	1	0	1
Π_7	6	5	5	6	1	1	0

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Παράδειγμα

Εκτιμούμε τη μικρότερη απόσταση των προτύπων από το πρώτο πρότυπο (**Π_3**):
$a_1 = min\{d_{31}, d_{32}, d_{34}, d_{35}, d_{36}, d_{37}\} = min\{4,4,1,4,5,5\} = \mathbf{1}$ για την d_{34} → γειτονικότερο το $\boldsymbol{\Pi_4}$

Εκτιμούμε τη μικρότερη απόσταση των προτύπων από το Π_4 εκτός του Π_3:
$a_2 = min\{d_{41}, d_{42}, d_{45}, d_{46}, d_{47}\} = min\{5,5,5,6,6\} = \mathbf{5}$ για την d_{41} → γειτονικότερο το $\boldsymbol{\Pi_1}$

Εκτιμούμε τη μικρότερη απόσταση των προτύπων από το Π_1 εκτός του Π_3, Π_4:
$a_3 = min\{d_{12}, d_{15}, d_{16}, d_{17}\} = min\{1,5,6,6\} = \mathbf{1}$ για την d_{12} → γειτονικότερο το $\boldsymbol{\Pi_2}$

Εκτιμούμε τη μικρότερη απόσταση των προτύπων από το Π_2 εκτός του Π_1, Π_3, Π_4:
$a_4 = min\{d_{25}, d_{26}, d_{27}\} = min\{5,5,5\} = \mathbf{5}$ για την d_{25} → γειτονικότερο το $\boldsymbol{\Pi_5}$

Εκτιμούμε τη μικρότερη απόσταση των προτύπων από το Π_5 εκτός του Π_1, Π_2, Π_3, Π_4:
$a_5 = min\{d_{56}, d_{57}\} = min\{1,1\} = \mathbf{1}$ για την d_{56} → γειτονικότερο το $\boldsymbol{\Pi_6}$

Εκτιμούμε τη μικρότερη απόσταση των προτύπων από το Π_5 εκτός του Π_1, Π_2, Π_3, Π_4, Π_5:
$a_6 = min\{d_{67}\} = d_{67} = \mathbf{1}$

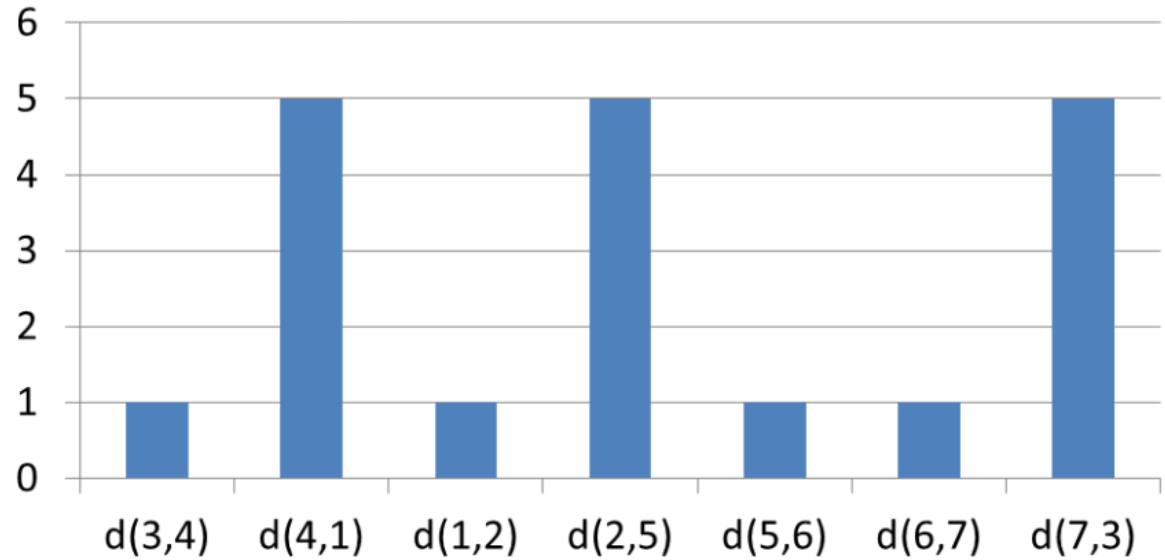
Κλείνουμε με τον υπολογισμό
$a_7 = d_{73} = \mathbf{5}$

Εκπαίδευση χωρίς επόπτη

Παράδειγμα

Μέθοδος απεικόνισης αλυσίδας

a_1	d_{34}	**1**
a_2	d_{41}	**5**
a_3	d_{12}	**1**
a_4	d_{25}	**5**
a_5	d_{56}	**1**
a_6	d_{67}	**1**
a_7	d_{73}	**5**



Οι υψηλές τιμές διαχωρίζουν σε $\{d_{34}\}$, $\{d_{12}\}$, $\{d_{56}, d_{67}\}$

και συνεπώς οι κλάσεις είναι:

$$\omega_1 = \{\Pi_3, \Pi_4\}, \qquad \omega_2 = \{\Pi_{31}, \Pi_2\}, \qquad \omega_3 = \{\Pi_5, \Pi_6, \Pi_7\}$$